	Nom :	Date :
	Statique	
	Actions mécaniques	
	Page 1 sur 7	

La statique est l'étude mécanique des solides ou systèmes de solides au repos pris dans un repère considéré comme galiléen.

**Définition :**

Une action mécanique est une cause capable :

- + De modifier ou d'interdire le mouvement d'un corps,
- + De déformer un corps.

**Notion de force :**

Elle génère ou interdit un mouvement selon un axe. On représentera un force par un vecteur glissant défini par :

- + Sa direction,
- + Son sens,
- + Sa norme (intensité ou module)  $\|\vec{F}\|$  dont l'unité est le newton (N).

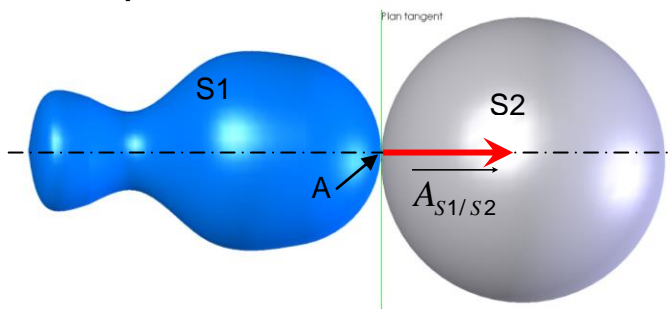
**Différents types de forces :**

Actions à distance :

- + Les effets magnétiques, électriques ou électrostatiques.
- + Les effets de la pesanteur :  $\vec{P} = m \cdot g \cdot \vec{z}$  avec  $\vec{P}$  = Poids du corps en N  
 $m$  = masse du corps en kg.  
 $g \cdot \vec{z}$  = accélération de la pesanteur :  $9,81 \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

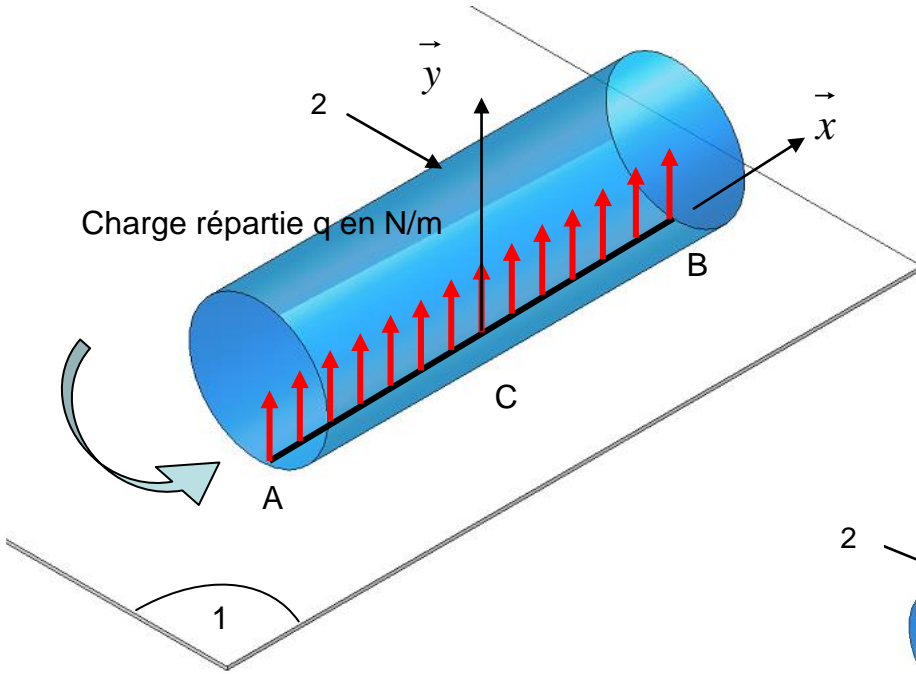
Actions de contact :

**Contact ponctuel :**



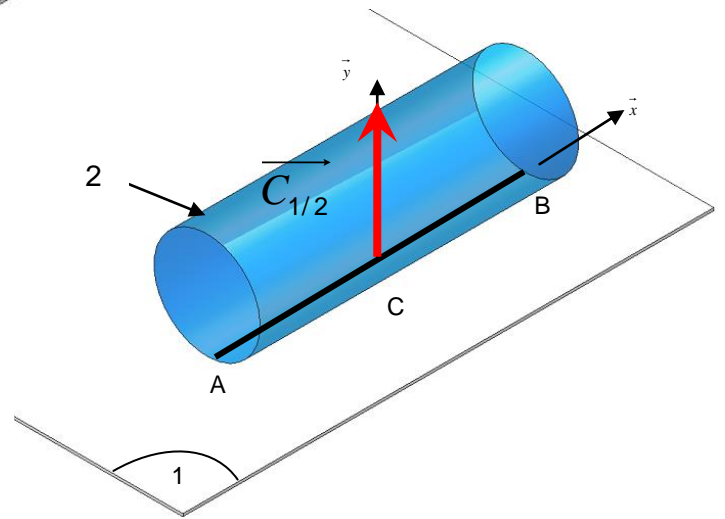
- + L'action passe par le point de contact A.
- + La direction de l'action de S1 sur S2 notée  $\overrightarrow{A_{S1/S2}}$  est perpendiculaire au plan tangent commun si on néglige les frottements.
- + Le sens est du solide S1 vers le solide S2.
- + Le module  $\|\overrightarrow{A_{S1/S2}}\|$  est défini par la longueur du vecteur  $\overrightarrow{A_{S1/S2}}$ , l'unité est le newton.

**Contact linéique :**

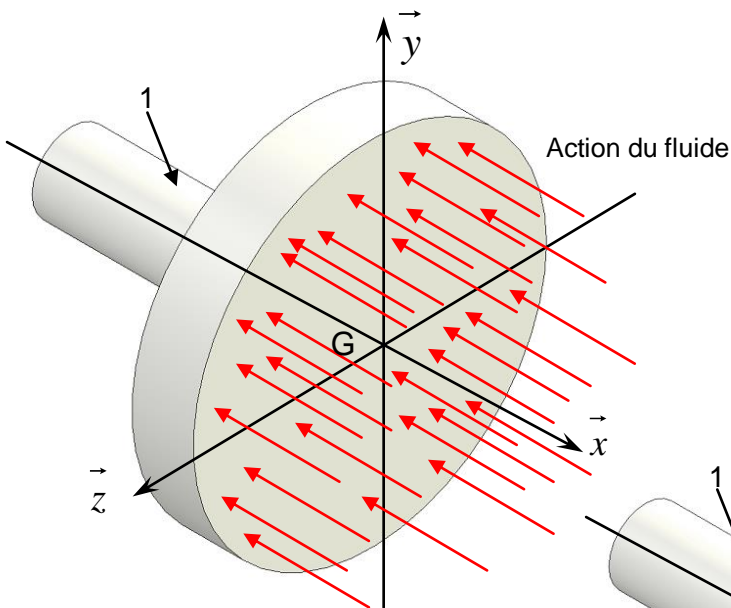


On supposera l'action répartie uniformément sur toute la ligne du contact.

Dans le cas d'une répartition uniforme, on peut remplacer cette charge linéique par une action concentrée en C au milieu du contact [AB] telle que  $\|\vec{C}_{1/2}\| = q.l$  avec  $l$  la longueur du segment [AB].



**Contact surfacique :**



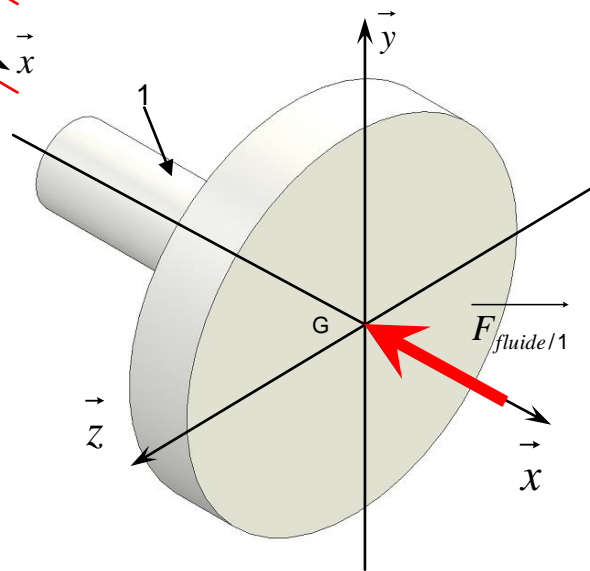
Dans le cas d'une répartition uniforme d'une pression sur une surface, entre deux solides ou entre un solide et un fluide, on modélisera l'ensemble des micro actions mécaniques par une résultante globale au centre de gravité qui vaudra  $\|\vec{F}_{fluide/1}\| = p.S$

Avec :

$p$  : pression du fluide en pascal (Pa).

$S$  : surface de contact en  $m^2$ .

$\|\vec{F}_{fluide/1}\|$  : Résultante des forces de pression en N



**Ecriture vectorielle de l'action mécanique :**

Nous pouvons adopter deux types d'écriture suivant le type de résolution que nous utiliserons.

La première utilise les coordonnées cartésiennes.

$$\vec{A}_{S1/S2} = \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} = (X_A \vec{x} + Y_A \vec{y} + Z_A \vec{z})$$

- ✚ Elle permet les résolutions analytiques ainsi que graphiques.
- ✚ On appelle  $\vec{A}_{S1/S2}$  la résultante statique.

La deuxième utilise les coordonnées polaires.

$$\vec{A}_{S1/S2} = \left[ \left\| \vec{A}_{S1/S2} \right\| ; \theta \right]$$

- ✚ Elle est utilisée lors des résolutions graphiques, donc sur les problèmes plans.
- ✚ Le module  $\left\| \vec{A}_{S1/S2} \right\|$  est noté  $\rho$  en mathématiques.

Correspondance :

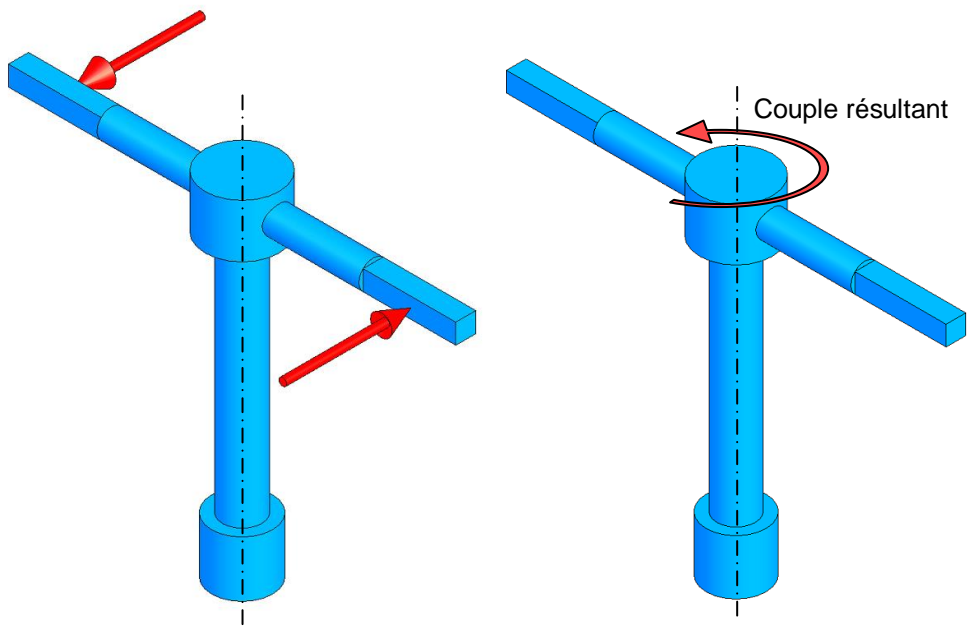
Lorsque nous ferons des résolutions graphiques, pour écrire les actions mécaniques nous utiliserons le tableau suivant qui est une réécriture :

Point de réduction	Nom de l'action mécanique	Direction – support de l'action mécanique	Norme - intensité
A	$\vec{A}_{S1/S2}$	Connue (on donne son axe ou bipoint) ou inconnue	Connue ou inconnue

**Moment et couple d'une force par rapport à un point fixe dans un repère :**

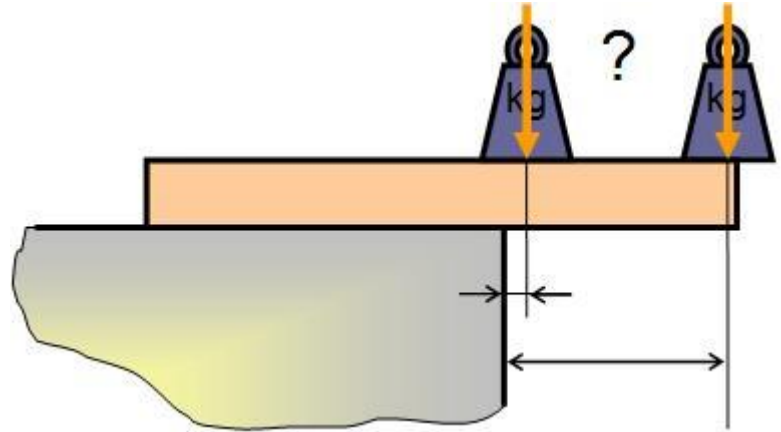
Un couple, en mécanique, désigne l'effort en rotation appliqué à un axe. Il est ainsi nommé en raison de la façon caractéristique dont on obtient ce type d'action : un bras qui tire, un bras qui pousse, les deux forces étant égales et opposées.

On mesure le couple en Newton.mètre (N.m). Il faut noter que l'unité de travail, le joule (J), est aussi homogène à un Newton.mètre : un couple de 1 N.m appliqué à un axe qui tourne d'un tour représente un ajout d'énergie de 2 pi J.



L'exemple ci contre montre une planche en équilibre au bord d'un muret. Pour la déséquilibrer on peut poser une charge sur la partie en porte-à-faux. La capacité de cette charge à faire basculer la planche n'est pas la même suivant le point où on la pose. De même, on peut au même endroit, placer une charge plus grosse et constater la différence de comportement.

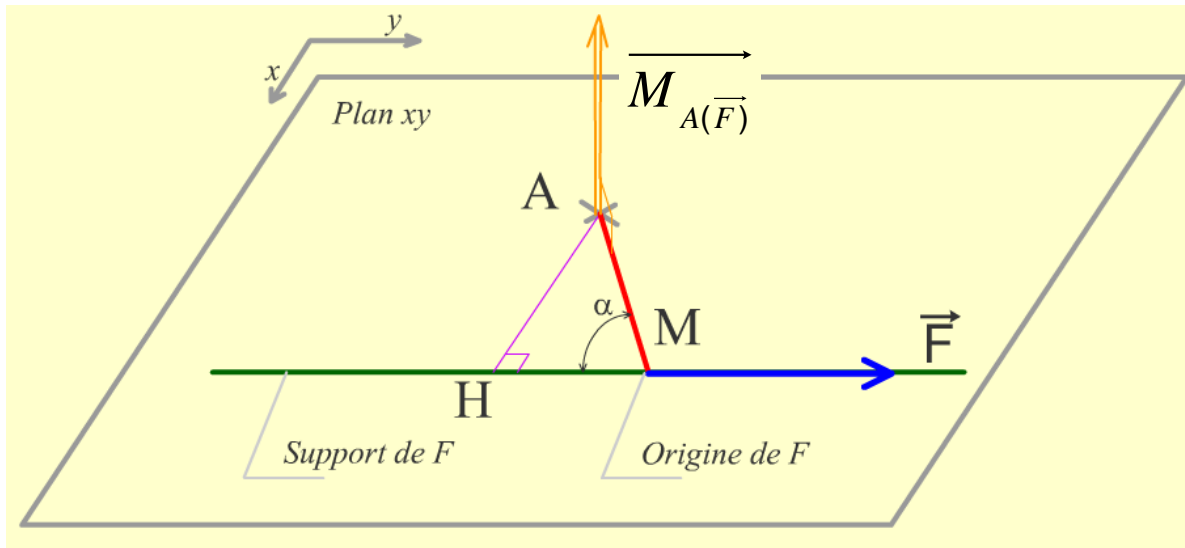
Le pouvoir de basculement dépend donc de l'intensité de la force, mais aussi de la position relative du point d'application et du point de rotation réelle ou virtuelle considéré.



Ces distinctions sont représentables par le modèle de moment d'une force qui est l'aptitude d'une force à faire tourner un système mécanique autour d'un point donné.

**Définition :**

On appelle le moment de  $\vec{F}$  par rapport au point A,  $\vec{M}_{A(\vec{F})}$  le vecteur défini par  $\vec{M}_{A(\vec{F})} = \vec{AM} \wedge \vec{F}$ .



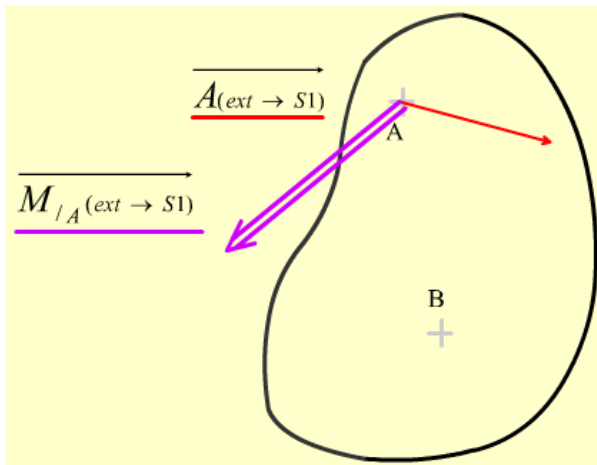
**Remarque :**

- ✚ Le support du vecteur  $\vec{M}_{A(\vec{F})}$  est perpendiculaire au plan contenant A et  $\vec{F}$ .
- ✚ Le sens de  $\vec{M}_{A(\vec{F})}$  est tel que le trièdre de référence soit direct, exemple :  $\vec{x} \wedge \vec{y} = \vec{z}$
- ✚ Le module est tel que  $\|\vec{M}_{A(\vec{F})}\| = \|\vec{F}\| \times \|\vec{AM}\| \times \sin \alpha$
- ✚  $\|\vec{AM}\| \times \sin \alpha = [AH]$ , cela correspond au bras de levier, à savoir la distance la plus courte par rapport au support de la ligne d'action.

**Cas de nullité du moment :**

Un moment est nul si l'un des deux termes est nul, c'est-à-dire que la force est nulle ou qu'elle passe par le point A.

**Transport de moment :**



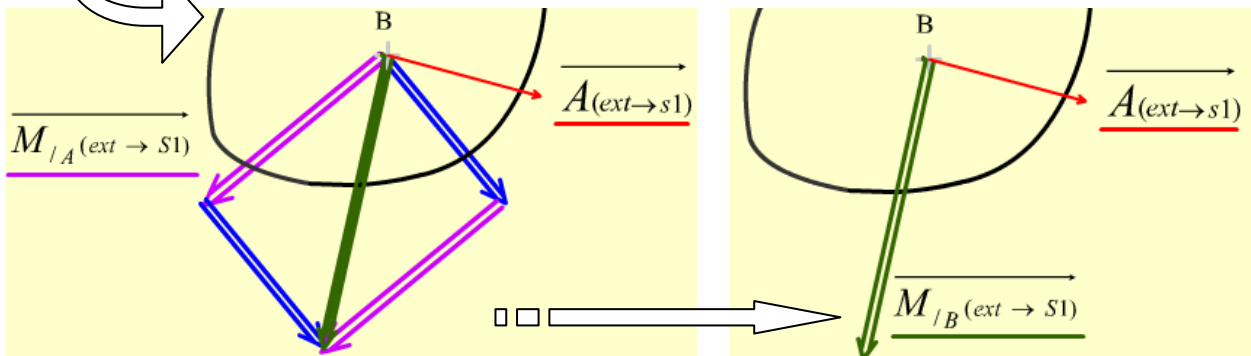
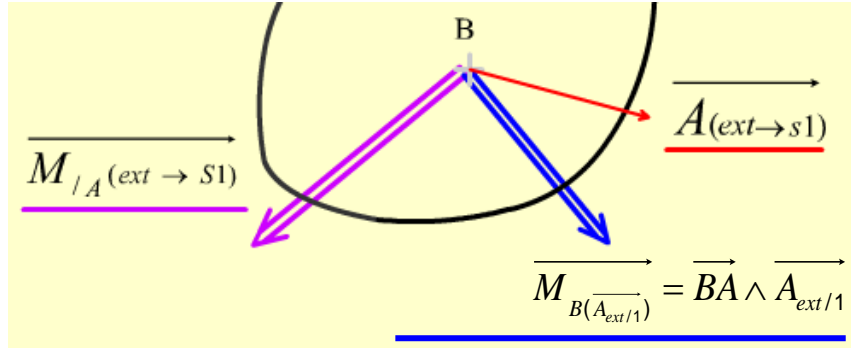
Soit le solide 1. Il est soumis, au point A, à une résultante  $\vec{A}_{ext/1}$  ainsi qu'à un moment de l'extérieur sur 1,  $\vec{M}_{A(ext/1)}$ .

On désire par commodité d'étude se placer au niveau du point B. Les actions existantes en A, force et moment, vont « se translater » jusqu'au point B mais l'on génère un bras de levier entre la force en A et le point B.

Ceci va nous rajouter un deuxième moment qui aura pour expression  $\vec{M}_{B(A_{ext/1})} = \vec{BA} \wedge \vec{A}_{ext/1}$ .

Le moment final sera donc la somme des deux moments :


$$\vec{M}_{B(ext/1)} = \vec{M}_{A(ext/1)} + \vec{BA} \wedge \vec{A}_{ext/1}$$



**Modélisation des actions associés à un solide.**

Afin de ne pas oublier les différents éléments pouvant s'appliquer à un solide, on peut écrire les résultantes et les moments dans un tableau.

Ce tableau peut s'écrire soit en ligne ou en colonne.

	Nom :	Date :
	Statique	
	Actions mécaniques	
	Page 6 sur 7	

Exemple :

Soit les actions mécaniques au point A de S1 sur S2.

$$\overrightarrow{A_{S1/S2}} = \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} = (X_A \vec{x} + Y_A \vec{y} + Z_A \vec{z}) \text{ et un moment } \overrightarrow{M_{A(S1/S2)}} = \begin{pmatrix} L_A \\ M_A \\ N_A \end{pmatrix} = (L_A \vec{x} + M_A \vec{y} + N_A \vec{z}).$$

Sa notation globale sans spécifier les composantes se fera ainsi :  $\left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{A_{S1/S2}} \\ \overrightarrow{M_{A(S1/S2)}} \end{matrix} \right\}_{Rg}$  avec  $Rg = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

En écriture en ligne :  $\left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{A_{S1/S2}} = X_A \vec{x} + Y_A \vec{y} + Z_A \vec{z} \\ \overrightarrow{M_{A(S1/S2)}} = L_A \vec{x} + M_A \vec{y} + N_A \vec{z} \end{matrix} \right\}_{Rg}$  ; En écriture en colonne :  $\left\{ \begin{matrix} X_A & L_A \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{matrix} \right\}_{Rg}$

Ce tableau s'appelle le torseur des actions transmissibles en A de S1 sur S2 :  $\left\{ \mathbf{T}_{S1/S2} \right\}_A$

$$\left\{ \mathbf{T}_{S1/S2} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} X_A & L_A \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{matrix} \right\}_{Rg}$$

Remarque :

- ✚ Un torseur dont le moment est nul est appelé glisseur.
- ✚ Un torseur dont la résultante est nulle est appelé torseur couple.
- ✚ Un torseur dont les deux composantes sont nulles est appelé torseur nul.

**Actions transmissibles par les liaisons cinématiques :**

Une liaison est constituée de deux classes d'équivalences qui n'autorisent que certains mouvements. Chaque translation ou rotation bloquée permet de transmettre un effort.

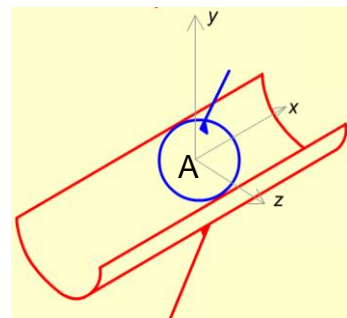
- ✚ Pour les translations bloquées on peut transmettre une des composantes de la résultante.
- ✚ Pour les rotations bloquées on peut transmettre une des composantes du moment.


Exemple :

Soit une liaison linéaire annulaire d'axe  $\vec{x}$ .

Mobilités

Actions transmissibles



	Nom :	Date :	
	Statique		Cours
	<u>Actions mécaniques</u>		
			Page 7 sur 7

$$\begin{Bmatrix} Tx & Rx \\ 0 & Ry \\ 0 & Rz \end{Bmatrix}$$

$${}_A \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_{Rg}$$